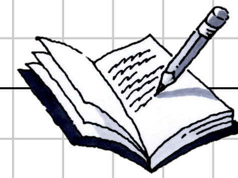
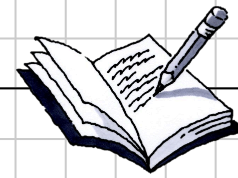
CAPÍTULO 4: PROPORCIONES Y EXPRESIONES

Fecha:
Lección:

Título del Registro de aprendizaje:

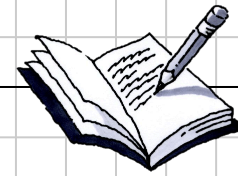


Fecha: Lección:	**Título del Registro de aprendizaje:**



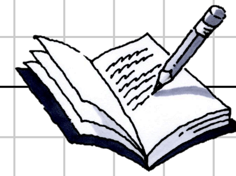
Fecha:
Lección:

Título del Registro de aprendizaje:



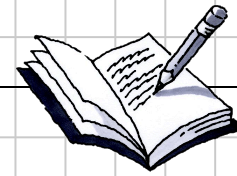
Fecha:
Lección:

Título del Registro de aprendizaje:



Fecha:
Lección:

Título del Registro de aprendizaje:



Notas:

APUNTES DE MATEMÁTICAS

PROPIEDADES MATEMÁTICAS

Cuando dos números o variables se combinan con una suma, no importa el orden en que se suman. Por ejemplo, $7 + 5 = 5 + 7$. Esto se conoce como **Propiedad conmutativa de la suma**.

Igualmente, cuando dos números se multiplican entre sí, el orden en que se multiplican no importa. Por ejemplo, $5 \cdot 10 = 10 \cdot 5$. Esto se conoce como **Propiedad conmutativa de la multiplicación**.

Estos resultados pueden generalizarse usando variables:

$$a + b = b + a \text{ y } a \cdot b = b \cdot a$$

Observa que la resta y la división no satisfacen la Propiedad conmutativa, ya que $7 - 5 \neq 5 - 7$ y $10 \div 5 \neq 5 \div 10$.

Al sumar tres números, generalmente sumas los primeros dos y luego le sumas el tercero al resultado. Sin embargo, también podrías sumar los últimos dos números y luego sumar el primero a ese resultado. La **Propiedad asociativa de la suma** te dice que el orden en el que se suman los números ni tiene importancia. Por ejemplo, la respuesta al problema $(7 + 5) + 9$ es igual a $7 + (5 + 9)$.

Igualmente, cuando multiplicas tres números entre sí, el par de números que multipliques primero no importa. Por ejemplo, $(5 \cdot (-6)) \cdot 10$ es igual a $5 \cdot (-6 \cdot 10)$. Esta es la **Propiedad asociativa de la multiplicación**.

Estos resultados pueden generalizarse usando variables:

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \text{y} \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Observa que la resta y la división *no* son asociativas, ya que:

$$(7 - 5) - 1 \neq 7 - (5 - 1) \quad \text{y} \quad (10 \div 2) \div 5 \neq 10 \div (2 \div 5)$$
$$2 - 1 \neq 7 - 4 \qquad\qquad 5 \div 5 \neq 10 \div 0.4.$$

Para multiplicar 8(24) como 8(20 + 4), puedes usar el rectángulo genérico de la derecha.

	20	+ 4
8	$8 \cdot 20$	$8 \cdot 4$

Se llega al producto haciendo $8(20) + 8(4)$. Así que $8(20 + 4) = 8(20) + 8(4)$. Este ejemplo ilustra la **Propiedad distributiva**.

Simbólicamente, para cualquier número a, b, y c: $a(b + c) = a(b) + a(c)$.

SEMEJANZA

Dos figuras son **semejantes** si tienen la misma forma pero no necesariamente el mismo tamaño. En las figuras semejantes, las longitudes de todos los pares de lados correspondientes tienen la misma razón y las medidas de los ángulos correspondientes son iguales.

FACTOR DE ESCALA

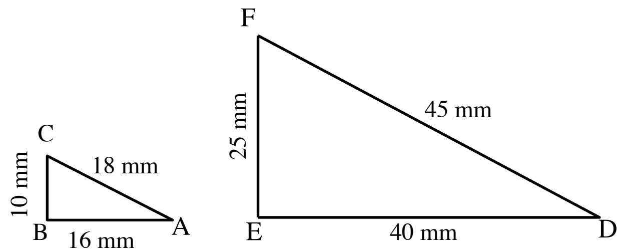
Un **factor de escala** compara los tamaños de las partes del dibujo a escala de un objeto con los tamaños reales de las partes correspondientes del objeto. El factor de escala de las figuras semejantes es la razón simplificada de cualquier par de lados correspondientes.

Ejemplo:

$\frac{AB}{DE} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$

$\frac{BC}{EF} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

$\frac{CA}{FD} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$



La razón simplificada de cada par de lados correspondientes es igual. El factor de escala es $\frac{2}{5}$.

RELACIONES PROPORCIONALES

Una relación es **proporcional** cuando una cantidad es un múltiplo de la otra. Esta relación puede identifacarse en tablas, gráficos, y ecuaciones.

Tabla: Las razones equivalentes de $\frac{y}{x}$ (o $\frac{x}{y}$) pueden observarse en una tabla.

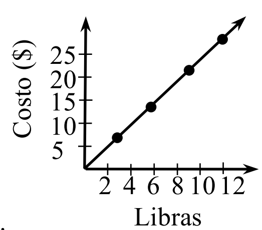
Gráfico: Una línea recta que atraviesa el origen.

Ecuación: Una ecuación de forma $y = kx$ donde k es la **constante de proporcionalidad**.

Ejemplo: Tres libras de pollo cuestan \$7.00. ¿Cuál es el costo de x libras?

Ecuacion: $y = \frac{7}{3}x$

Libras (x)	0	3	6	9	12
Costo (y)	0	7	14	21	28

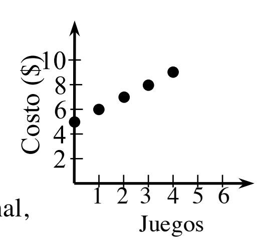


La relación entre libras y costo es proporcional.
La tabla tiene razones equivalentes ($\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = \frac{21}{9}$), el gráfico es una recta que atraviesa el origen, y la ecuación tiene la forma $y = kx$.

Ejemplo: La entrada a la feria del condad cuesta \$5.00 y los boletos para cada juego cuestan \$1.00.

Ecuacion: $y = 1x + 5$

Juegos (x)	0	1	2	3	4
Costo (y)	5	6	7	8	9



La relación entre juegos y costo no es proporcional, porque la tabla no contiene razones equivalentes ($\frac{6}{1} \neq \frac{7}{2} \neq \frac{8}{3}$), el gráfico no atraviesa el origen, y la ecuación contiene una suma.

Notas:

Notas:

TASA UNITARIA

Una **tasa** es una razón que compara, por división, cuánto cambia una cantidad a medida que otra también lo hace.

$$\text{tasa} = \frac{\text{cambio en una cantidad}}{\text{cambio en otra cantidad}}$$

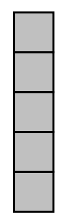
Una **tasa unitaria** es una tasa que compara cuánto cambia una cantidad por cada unidad modificada de otra cantidad. Por ejemplo, *millas por hora* es una tasa unitaria, porque compara el cambio en millas con un cambio de una hora. Si un aeroplano vuela 3000 millas en 5 horas y usa 6000 galones de combustible, puedes calcular varias tasas unitarias.

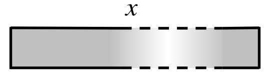
Usa $\frac{6000\text{ galones}}{5\text{ horas}} = \frac{1200\text{ galones}}{1\text{ hora}}$ o $\frac{6000\text{ galones}}{3000\text{ millas}} = \frac{2\text{ galones}}{1\text{ milla}}$.

Viaja a $\frac{3000\text{ millas}}{5\text{ horas}} = \frac{600\text{ millas}}{1\text{ hour}}$.

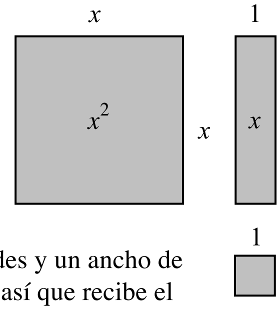
DENOMINACIÓN DE AZULEJOS ALGEBRAICOS

Los azulejos algebraicos te ayudan a representar cantidades desconocidas de forma correcta. Por ejemplo, a diferencia de un azulejo de 1×5, que tiene una longitud de 5 unidades, como el de la derecha, un azulejo x tiene una longitud desconocida. Su longitud puede ser representada con un símbolo o letra (como x) que representa un número, llamado **variable**. Ya que no tiene una longitud fija, el azulejo x podría tener una longitud de 6, 5, o 0.37 unidades.





Los azulejos algebraicos pueden usarse para crear expresiones algebraicas. A la derecha se muestran los tres azulejos algebraicos principales. El cuadrado más grande tiene un lado de x unidades de longitud. Su área es x^2 unidades cuadradas, así que recibe el nombre de azulejo x^2.



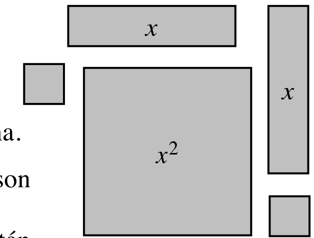
El rectángulo tiene una longitud de x unidades y un ancho de 1 unidad. Su área es x unidades cuadradas, así que recibe el nombre de azulejo x.

El cuadrado más pequeño tiene lados de 1 unidad de longitud. Su área es 1 unidad cuadrada, así que recibe el nombre de "uno" o "azulejo de una unidad". Nota que el azulejo de una unidad de este curso no recibe su nombre de su área.

AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

Notas:

Este curso usa azulejos para representar variables y números (llamados **términos constantes**). La combinación de azulejos de igual área para escribir una expresión más simple se llama **agrupación de términos semejantes**. Observa el ejemplo de la derecha.



$x^2 + 2x + 2$

Más formalmente, los **términos semejantes** son dos o más términos que tienen las mismas variables, y sus variables correspondientes están elevadas a la misma potencia.

Ejemplos de términos semejantes: $2x^2$ y $-5x^2$, $4ab$ y $3ab$.

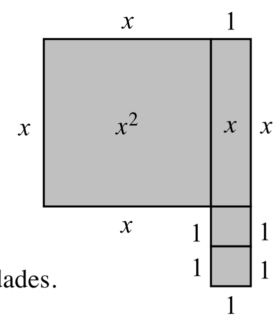
Ejemplos de términos que *no* son semejantes: 5 y $3x$, $5x$ y $7x^2$, a^2b y ab.

Cuando no trabajas con los azulejos reales, visualizarlos en tu mente puede ser de ayuda. Puedes usar estas imágenes para agrupar términos que sean iguales. A continuación se incluyen dos ejemplos:

Ejemplo 1: $2x^2 + x + 3 + x^2 + 5x + 2$ es equivalente a $3x^2 + 6x + 5$

Ejemplo 2: $3x^2 + 2x + 7 - 2x^2 - x + 7$ es equivalente a $x^2 + x + 14$

Cuando varios azulejos se agrupan para formar una figura más complicada, el área de la nueva figura es la suma de las áreas de cada pieza individual, y el perímetro es la suma de los lados exteriores. Las expresiones de áreas y perímetros pueden ser **simplificadas**, o reescritas, agrupando términos semejantes.



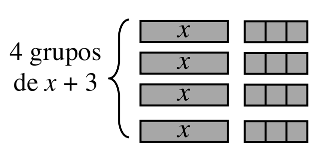
El perímetro de la figura de la derecha es:
$x + 1 + x + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + x + x = 4x + 6$ unidades.

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

La **Propiedad distributiva** establece que la multiplicación puede ser "distribuida" como multiplicador de cada término en una suma o diferencia. Es un método para separar grupos de cantidades en problemas de multiplicación. Por ejemplo, $3(2 + 4) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4$. Simbólicamente, se escribe:

$$a(b + c) = ab + ac \text{ y } a(b - c) = ab - ab$$

Por ejemplo, el grupo de azulejos de la derecha puede ser representado como 4 conjuntos de $x + 3$, escrito como $4(x + 3)$. También puede ser representado por 4 azulejos x y 12 azulejos de una unidad, escritos como $4x + 12$.



$4(x + 3) = 4x + 12$

