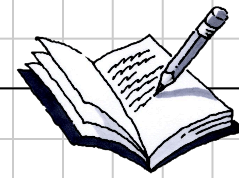
CAPÍTULO 3: PROPIEDADES ARITMÉTICAS

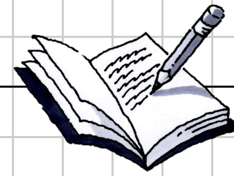
Fecha:
Lección:

Título del Registro de aprendizaje:

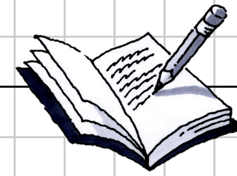


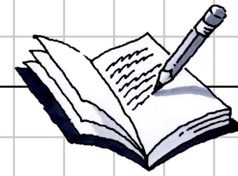
Fecha:
Lección:

Título del Registro de aprendizaje:



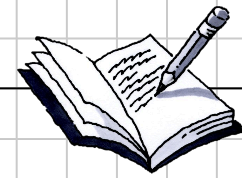
Fecha: **Lección:**	**Título del Registro de aprendizaje:**



Fecha: Lección:	**Título del Registro de aprendizaje:** 

Fecha:
Lección:

Título del Registro de aprendizaje:



Notas:

APUNTES DE MATEMÁTICAS

EXPRESIONES, TÉRMINOS, Y EL ORDEN DE LAS OPERACIONES

Una **expresión** matemática es una combinación de números, variables y símbolos de operaciones. La suma y la resta separan las expresiones en partes llamadas **términos**. Por ejemplo, $4x^2 - 3x + 6$ es una expresión con tres términos: $4x^2$, $3x$, y 6.

Una expresión más compleja es $2x + 3(5 - 2x) + 8$, que también tiene tres términos: $2x$, $3(5 - 2x)$, y 8. Pero $3(5 - 2x)$ contiene otra expresión dentro del paréntesis, $5 - 2x$. Los términos de esta expresión son 5 y $2x$.

Los matemáticos se han puesto de acuerdo en un **Orden de las operaciones** para simplificar las expresiones.

Expresión original:

$$(10 - 3 \cdot 2) \cdot 2^2 - \frac{13-3^2}{2} + 6$$

Marca expresiones agrupadas en paréntesis o por una barra de fracción:

$$(10 - 3 \cdot 2) \cdot 2^2 - \frac{13-3^2}{2} + 6$$

Simplifica los términos marcados usando el Orden de las operaciones:

$$(10 - 3 \cdot 2) \cdot 2^2 - \frac{13-3\cdot 3}{2} + 6$$

$$(10 - 6) \cdot 2^2 - \frac{13-9}{2} + 6$$

- Evaluá los exponentes.

$$(4) \cdot 2^2 - \frac{4}{2} + 6$$

- Multiplica y divide de izquierda a derecha.

$$4 \cdot 2^2 - \frac{4}{2} + 6$$

- Combina términos sumando y resando de izquierda a derecha.

$$4 \cdot 2 \cdot 2 - \frac{4}{2} + 6$$

Marca los términos restantes:

$$16 - 2 + 6$$

Simplifica los términos marcados usando el Orden de las operaciones, descrito anteriormente:

$$20$$

EVALUACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Una **expresión algebraica** consiste en una o más variables, o una combinación de números y variables conectados por operaciones matemáticas. Ejemplos de expresiones algebraicas incluyen $4x$, $3(x-5)$, y $4x-3y+7$.

Para **evaluar** una expresión algebraica y hallar los valores específicos de las variables, reemplaza las variables de la expresión con los valores numéricos dados y simplifícala. El reemplazo de variables por un valor dado se llama **substitución**. Puedes ver un ejemplo a continuación.

Evalúa $4x-3y+7$ si $x=2$ e $y=1$.

Reemplaza x e y con los valores dados de 2 y 1, respectivamente, y simplifica la expresión.

$$
\begin{aligned}
&4(2)-3(1)+7 \\
&=8-3+7 \\
&=12
\end{aligned}
$$

RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

Un método para sumar enteros, mencionado en los Apuntes de matemáticas anteriores, es comenzar con un diagrama del primer entero, sumar el segundo entero al diagrama, eliminar los ceros, y registrar el resultado. Un método para restar enteros es hacer lo mismo pero, en lugar de sumar el segundo entero, debes eliminarlo. A veces esto requerirá agregar ceros extra al diagrama. Observa los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1: $-3-(-2)$

– – –
Elimina 2 negativos

– (– –) →
$-3-(-2)=-1$

Ejemplo 2: $-5-(2)$

– – – – –
No puedes eliminar 2 positivos

– – – – – + + – –
Agrega ceros hasta que puedas eliminar 2 positivos

– – – – – (+ +) → – –
$-5-(2)=-7$

Ejemplo 3: $3-(-3)$

+ + +
No puedes eliminar 3 negativos

+ + + + + + – – –
Agrega ceros hasta que puedas eliminar 3 negativos

+ + + + + + (– – –) →
$3-(-3)=6$

Notas:

Notas:

CONEXIÓN ENTRE LA SUMA Y LA RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

Otro método para restar enteros es notar la relación entre los problemas de suma y los problemas de resta, como se muestra a continuación:

$$-3-(-2)=-1 \quad \text{y} \quad -3+2=-1$$
$$-5-(2)=-7 \quad \text{y} \quad -5+(-2)=-7$$
$$3-(-3)=6 \quad \text{y} \quad 3+3=6$$
$$2-(-8)=10 \quad \text{y} \quad 2+8=10$$

Estas relaciones se producen porque eliminar un número negativo arroja un resultado igual a sumar la misma cantidad positiva y vice versa. El resultado de la resta de dos enteros es igual al resultado de la suma del primer entero y el *opuesto* (formalmente, el **inverso aditivo**) del segundo entero.

Ejemplo 1: $-2-(7)=-2+(-7)=-9$

Ejemplo 2: $2-(-3)=2+(3)=5$

Ejemplo 3: $-8-(-5)=-8+(5)=-3$

Ejemplo 4: $2-(9)=2+(-9)=-7$

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

La multiplicación por un número entero positivo puede ser representada combinando grupos de un mismo número:

$$(4)(3)=3+3+3+3=12 \quad \text{y} \quad (4)(-3)=-3+(-3)+(-3)+(-3)=-12$$

En ambos ejemplos, el 4 indica el número de grupos de 3 (primer ejemplo) y –3 (segundo ejemplo) que se debe combinar.

La multiplicación por un número entero negativo puede ser representada eliminando grupos de un mismo número:

$$(-4)(3)=-(3)-(3)-(3)-(3)=-12$$
significa “elimina cuatro grupos de 3.”

$$(-4)(-3)=-(-3)-(-3)-(-3)-(-3)=12$$
significa “elimina cuatro grupos de –3.”

En todos los casos, si hay un número *par* de factores negativos a multiplicar, el producto es *positivo*; si hay un número *impar* de factores negativo a multiplicar, el producto es *negativo*.

Esta regla también se aplica cuando hay más de dos factores. Multiplica el primer par de factores, luego multiplica el resultado por el factor siguiente y así sucesivamente hasta haber multiplicado todos los factores.

$$(-2)(3)(-3)(-5)=-90 \quad \text{y} \quad (-1)(-1)(-2)(-6)=12$$

Notas:

INVERSOS MULTIPLICATIVOS Y RECÍPROCOS

Dos números cuyo producto es igual a 1 se denominan **inversos multiplicativos**.

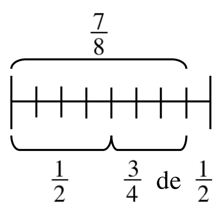
$\frac{8}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{40}{40} = 1$ $\quad 3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$, así que $3\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{13} = \frac{13}{4} \cdot \frac{4}{13} = \frac{52}{52} = 1$ $\quad \frac{1}{7} \cdot 7 = 1$

En general $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ y $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$, siempre que ni a ni b sean iguales a cero. Puedes decir que $\frac{1}{a}$ es el **recíproco** de a y $\frac{b}{a}$ ies el recíproco de $\frac{a}{b}$. Nota que 0 no tiene ningún recíproco.

DIVISIÓN DE FRACCIONES

Método 1: Usar diagramas.

Para dividir por una fracción usando un diagrama, crea un modelo de la situación con rectángulos, un modelo lineal o una representación visual. Luego divide el modelo en la cantidad de secciones dada.



Por ejemplo, para dividir $\frac{7}{8} \div \frac{1}{2}$, puedes dibujar el diagrama de la derecha para visualizar cuántas piezas de $\frac{1}{2}$ caben en $\frac{7}{8}$. El diagrama muestra que cabe $\frac{1}{2}$, con un resto de $\frac{3}{8}$. Ya que $\frac{3}{8}$ es $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$, puedes ver que $1\frac{3}{4}$ de piezas de $\frac{1}{2}$ -entran en $\frac{7}{8}$, así que $\frac{7}{8} \div \frac{1}{2} = 1\frac{3}{4}$.

Método 2: Usar un denominador común.

Para dividir un número por una fracción usando denominadores comunes, expresa ambos números como fracciones con el mismo denominador. Luego, divide el primer numerador por el segundo. Puedes ver un ejemplo a la derecha.

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \div \frac{3}{10} &= \frac{4}{10} \div \frac{3}{10} \\ &= \frac{4}{3} \\ &= 1\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Método 3: Usar un Uno Súper Gigante.

Para dividir por una fracción usando un Uno Súper Gigante, escribe los dos números (dividendo y divisor) como una fracción compleja con el dividendo como numerador y el divisor como denominador. Usa el recíproco del denominador de la fracción compleja para crear un Uno Súper Gigante. Luego, simplifica el resultado al igual que en el ejemplo.

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}} \cdot \boxed{\frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}}} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2}}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

La división con fracciones con el método del Uno Súper Gigante puede ser generalizada con el nombre de método de **inversión y multiplicación**. Para invertir y multiplicar, multiplica la primera fracción (dividendo) por el recíproco (o inverso multiplicativo) de la segunda fracción (divisor). Si el primer número es un entero, escríbelo como una fracción con un denominador de 1. Si es un número mixto, escríbelo como una fracción mayor de uno. A continuación se incluye el problema del tercer ejemplo resuelto con este método:

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

Notas:

Multiplicación de números decimales

La respuesta a un problema de multiplicación es llamada el producto de los factores. Una forma de colocar correctamente el punto decimal en el producto es contando las posiciones decimales en cada uno de los factores. Luego cuenta la misma cantidad de posiciones hacia la izquierda del dígito en el extremo derecho del producto.

Ejemplos:

un lugar	·	dos lugares	=	tres lugares	1 + 2 = 3 posiciones
2.3	·	5.06	=	11.638	
cuatro lugares	·	dos lugares	=	seis lugares	4 + 2 = 6 posiciones
0.0004	·	3.42	=	0.001368	

División de números decimales

Al dividir por un número decimal, una de las formas de trabajar es contar cuántos dígitos debe moverse el punto decimal a la derecha para en el divisor para convertirlo en un entero.

Luego mueve el punto decimal en el dividendo en la misma dirección y la misma cantidad de dígitos.

Ejemplo: 8.3 ÷ 4.07

divisor $\longrightarrow 4.07\overline{)8.30} \uparrow \longleftarrow$ dividendo

Mover el punto decimal dos posiciones hacia la derecha es lo mismo que multiplicar ambos números por 100.

El Uno Gigante (Propiedad de identidad multiplicativa) ilustra esto, como se muestra más abajo .

$$8.3 \div 4.07 = \frac{8.3}{4.07} \cdot \boxed{\frac{100}{100}} = \frac{830}{407}$$

