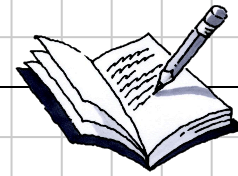
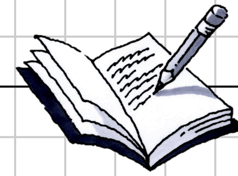
CAPÍTULO 2: SUMA DE FRACCIONES Y ENTEROS

Fecha:
Lección:

Título del Registro de aprendizaje:

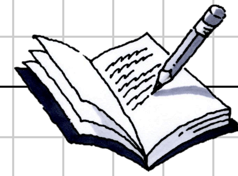


Fecha: **Lección:**	**Título del Registro de aprendizaje:**

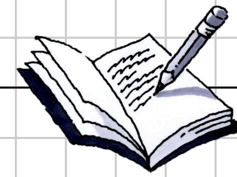


Fecha:
Lección:

Título del Registro de aprendizaje:

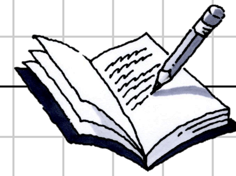


Fecha: Lección:	**Título del Registro de aprendizaje:**



Fecha:
Lección:

Título del Registro de aprendizaje:



APUNTES DE MATEMÁTICAS

Notas:

NÚMEROS MIXTOS Y FRACCIONES MAYORES DE UNO

El número $4\frac{1}{3}$ es lo que llamamos un **número mixto**, porque está formado por un número entero, 4, y una fracción, $\frac{1}{3}$.

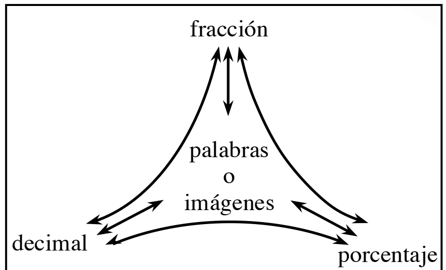
El número $\frac{13}{3}$ es lo que llamamos **fracción mayor de uno**, porque el numerador es más grande que el denominador y su valor, por lo tanto, es mayor de uno. Es igual al número mixto $4\frac{1}{3}$. A veces, las fracciones mayores a uno también se llaman *fracciones impropias*, pero este es solo un término histórico. De hecho, no hay nada malo con la fracción.

El que un número se escriba como un número mixto o como una fracción mayor de uno dependerá de las operaciones aritméticas que estés realizando. En algunas operaciones aritméticas, especialmente la multiplicación y la división, suele ser preferible expresar los números mixtos como fracciones mayores a uno.

Notas:

Fracción⇔Decimal⇔Porcentaje

El diagrama de **red de representaciones de porciones** de la derecha ilustra que las fracciones, los decimales, y los porcentajes son distintas formas de representar una porción de un número. Las porciones también pueden ser representadas con palabras, como "cuatro quintos" o "doce quinceavos", o con diagramas.



Representaciones de una porción

Los ejemplos a continuación muestran cómo convertir una expresión a la otra:

Decimal a porcentaje:
Multiplica el decimal por 100.

$$(0.34)(100) = 34\%$$

Porcentaje a decimal:
Divide el porcentaje por 100.

$$78.6\% = 78.6 \div 100 = 0.786$$

Fracción a porcentaje:
Crea una fracción equivalente usando 100 como denominador. El numerador es el porcentaje.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{20}{20} = \frac{80}{100} = 80\%$$

Porcentaje a fracción:
Usa 100 como denominador. Usa los dígitos en el porcentaje como numerador, y simplifica.

$$22\% = \frac{22}{100} \cdot \frac{1/2}{1/2} = \frac{11}{50}$$

Decimal finito a fracción:
Usa los dígitos como numerador. Usa el valor posicional del decimal como denominador y simplifica si es necesario.

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Fracción a decimal:
Divide el numerador por el denominador. Si hay grupos de números periódicos, escríbelos solo una vez y coloca una barra sobre ellos.

$$\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0.375$$

$$\frac{70}{99} = 70 \div 99 = 0.70707\ldots = 0.\overline{70}$$

Decimal periódico a fracción:
Cuenta el número de posiciones decimales periódicas. Usa los números periódicos como numerador. Luego multiplica 10 por el número de posiciones periódicas, resta 1 y usa el resultado como denominador. En el ejemplo, el bloque periódico (713) tiene 3 decimales, así que 713 es el numerador y 1000 – 1 el denominador.

$$0.713 = \frac{713}{1000-1} = \frac{713}{999}$$

Notas:

MULTIPLICACIÓN POR MEDIO DE RECTÁNGULOS GENÉRICOS

Para prepararte para los futuros temas de este curso y los temas que encontrarás en futuros cursos, es sumamente útil usar un modelo de área y un rectángulo genérico para representar la multiplicación.

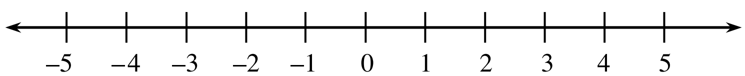
Para resolver el problema $67 \cdot 46$, puedes pensar en 67 como $60 + 7$ y en 46 como $40 + 6$. Usa estos números como las dimensiones de un gran rectángulo, tal como se muestra a la derecha. Calcula el área de cada uno de los rectángulos más pequeños y luego súmalas. El resultado de esa suma es la respuesta al problema original.

	60	+ 7
40	2400	280
+ 6	360	42

$$67 \cdot 46 = (60 + 7)(40 + 6) = 2400 + 280 + 360 + 42 = 3082$$

NÚMEROS ENTEROS

Los **números enteros** (o **enteros**) son los números positivos y negativos sin decimales, y el cero. En una recta numérica, piensa en los enteros como "pasos completos o ningún paso" en cualquier dirección, desde el 0.



INVERSO ADITIVO E IDENTIDAD ADITIVA

La **identidad aditiva** es el número cero (0). Cuando sumas cero a cualquier número, obtienes el mismo número con el que empezaste. Por ejemplo, $3 + 0 = 3$. En general, $x + 0 = x$.

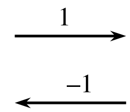
El **inverso aditivo** de un número es su opuesto. Por ejemplo, el inverso aditivo de 7 es –7 y el inverso aditivo de –2 es 2. El inverso aditivo "deshace" la suma. Supón que tienes el número 3 y quieres sumarle un número para llegar a cero (la identidad aditiva). Entonces, sumar –3 te da $3 + (-3) = 0$. Por lo tanto, –3 es el inverso aditivo de 3, y 3 es el inverso aditivo de –3. En general, $x + (-x) = 0$.

Notas:

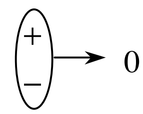
SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

Recuerda que los **números enteros** son los números positivos y negativos sin decimales, es decir, … –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, … .

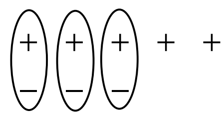
Has aprendido dos formas de pensar en la suma. Ambas implican pensar qué partes de los números se combinan para formar cero. Una forma de pensar en esto es pensar en el acróbata del problema 2-31. Si Cecil avanza un pie a la derecha (+1) y un pie a la izquierda (–1), terminará donde empezó, así que la suma de (+1) y (–1) es cero.



Otra estrategia útil para hallar el cero es usar azulejos **+** y **–**. El diagrama de la derecha puede ser representado por la ecuación –1 + 1 = 0. Puedes usar esta misma idea para **sumar dos enteros cualesquiera**. Usa azulejos **+** y **–** para crear el primer entero, añade los azulejos para el segundo entero y luego elimina los ceros. Observa los ejemplos en los siguientes diagramas:

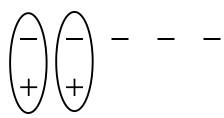


Ejemplo 1: 5 + (–3)



5 + (–3) = 2

Ejemplo 2: –5 + (2)



–5 + (2) = –3

Ejemplo 3: –6 + (–2)

–6 + (–2) = –8

Con la práctica podrás visualizar los ceros. Esto te ayudará a determinar cuántos azulejos positivos o negativos restantes muestran la expresión simplificada.

Notas:

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES POR MEDIO DE RECTÁNGULOS

Una forma de modelar la multiplicación de fracciones es sombrear una unidad rectangular. Debajo hay un ejemplo de una unidad rectangular sombreada para representar $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{5}$ o, escrito como multiplicación, $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$.

Paso 1: Divide un rectángulo en cinco secciones ("quintos"), el denominador de la segunda fracción. (Nota que el segundo número fue dibujado primero).

Paso 2: Sombrea secciones horizontales para representar cuántos quintos hay, el numerador de la segunda fracción.

Paso 3: Divide el rectángulo verticalmente usando el denominador del otro factor ("tercios").

Paso 4: Usa un sombreado más oscuro para mostrar cuántos tercios hay. En este ejemplo, sombrea dos tercios de dos quintos.

Paso 5: El numerador del producto es el número de secciones sombreadas dos veces. El denominador del producto es el número total de secciones en el rectángulo. Escribe una ecuación que represente el producto de $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$. Simplifica o reduce el producto cuando sea posible.

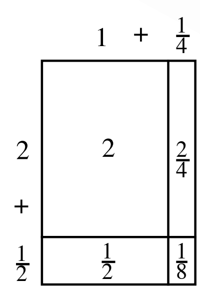
MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS MIXTOS

Método 1: Uso de un rectángulo genérico.

Para multiplicar números mixtos, puedes usar un rectángulo genérico (basado en la Propiedad distributiva).

Ejemplo: $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}(2+\tfrac{1}{2}) \cdot (1+\tfrac{1}{4}) &= 2 + \tfrac{2}{4} + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{8} \\ &= 2 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{8} \\ &= 2 + 1 + \tfrac{1}{8} \\ &= 3\tfrac{1}{8}\end{aligned}$$



Halla el área de cada rectángulo pequeño.

Método 2: Uso de fracciones mayores de uno.

Para multiplicar números mixtos, primero conviértelos en fracciones mayores a uno. Luego, multiplica y escribe el resultado como número mixto, de ser posible.

Ejemplo:

$2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{4}$

$\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{4}$

$\frac{25}{8}$

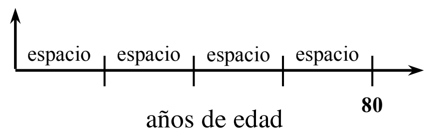
$3\frac{1}{8}$

Notas:

INTERVALOS Y ESCALAS

Los números en los ejes de un gráfico muestran sus **escalas**. La diferencia entre los números consecutivos indica el tamaño del **intervalo**. Al definir la escala de un gráfico, debes usar intervalos iguales para representar los datos con precisión. Por ejemplo, un intervalo de 5 crea una escala numerada de 0, 5, 10, 15, etc. El uso de intervalos desiguales distorsiona la relación entre los datos. Es importante señalar que los ejes verticales y horizontales *no* tienen que tener la misma escala. De hecho, suele ser conveniente seleccionar escalas diferentes para los dos ejes.

En el gráfico de la derecha, 80 marca el final del *cuarto* intervalo. Si divides 80 años por 4, puedes ver que los intervalos en este caso son de 20 unidades.



(80 ÷ 4 = 20)

El segundo gráfico tiene todos sus intervalos marcados. Es decir que su escala está completa.