

# CAPÍTULO 4: VARIABLES Y RAZONES

<b>Fecha:</b> <b>Lección:</b>	<b>Título del Registro de aprendizaje:</b>	
A large grid area for recording learning, consisting of approximately 20 columns and 30 rows of small squares.		









Notas:

# APUNTES DE MATEMÁTICAS

## DIVISIÓN

Al utilizar la división larga para dividir un número por otro, es importante asegurarte de conocer el valor posicional de cada dígito en tu resultado.



En el ejemplo de la división de 225 por 6 de la derecha, mucha gente comienza diciendo “6 entra tres veces en 22”. Si prestaran atención al valor posicional, dirían “6 entra treinta y pico de veces en 220”. El 3 del cociente está escrito en el lugar de las decenas para indicar que el 6 está incluido en 225 al menos 30 veces, pero menos de 40. El 3 representa 3 décimas.

$$\begin{array}{r} 37 \\ 6 \overline{)225} \\ \underline{-180} \\ 45 \\ \underline{-42} \\ 3 \end{array}$$

Puede parecer que el divisor se multiplica luego por 3, y el producto, 18, se ubica debajo del 22. Sin embargo, en realidad estás multiplicando 30 por 6 y el producto es 180, que se ubica debajo de 225. Luego debes restar, y obtendrás lo que parece ser un 4. Pero luego “bajas” el 5, y tendrás 45. Fíjate que si restas 180 a 225, como en el ejemplo de arriba a la derecha, directamente obtienes 45. Luego debes repetir el mismo proceso. Antes, quizá habrías terminado en este punto y escrito que el cociente es 37, con un resto de 3.

$$\begin{array}{r} 37.5 \\ 6 \overline{)225.0} \\ \underline{-180} \\ 45 \\ \underline{-42} \\ 30 \\ \underline{-30} \\ 0 \end{array}$$

El mismo método funciona para dividir decimales. El ejemplo de abajo a la derecha es esencialmente igual al de arriba, salvo que te muestra lo que sucede si continúas dividiendo más allá del punto decimal, siempre recordando el valor posicional.

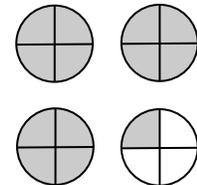
## NÚMEROS MIXTOS Y FRACCIONES MAYORES DE UNO



El número  $3\frac{1}{4}$  se denomina un **número mixto** porque está compuesto de un número entero, 3, y una fracción,  $\frac{1}{4}$ .

El número  $\frac{13}{4}$  se denomina una **fracción mayor de uno** porque el numerador, que representa el número de piezas iguales, es mayor que el denominador, que representa el número de piezas en un entero, y por eso su valor es mayor de uno. (A veces a estas fracciones se las llama “fracciones impropias”, pero este es un término antiguo. En realidad estas fracciones no tienen nada de malo.)

Como puedes observar en el diagrama de la derecha, la fracción  $\frac{13}{4}$  se puede reformular como  $\frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4}$ , lo que demuestra que su valor equivale a  $3\frac{1}{4}$ .



Tú escoges: Según la operación aritmética que debas realizar, puedes escoger entre expresar tu número como número mixto o como fracción mayor de uno.

## SUMA Y RESTA DE NÚMEROS MIXTOS

Para **sumar o restar números mixtos**, puedes escoger entre sumar o restar sus partes, o puedes transformar los números mixtos en fracciones mayores de cero.

Para sumar o restar números mixtos sumando o restando sus partes, debes sumar o restar las partes de número entero y las fracciones por separado.

Debes ajustarlo si la fracción de la respuesta sería mayor de uno o menor de cero. Por ejemplo, a la derecha se calcula la suma de  $3\frac{4}{5} + 1\frac{2}{3}$ .

También es posible agregar o restar números mixtos transformándolos antes en fracciones mayores de uno. Luego agrega o resta tal como lo harías si se tratara de fracciones entre 0 y 1. Por ejemplo, a la derecha se calcula la suma de  $2\frac{1}{6} + 1\frac{4}{5}$ .

$$3\frac{4}{5} = 3 + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{3} = 3\frac{12}{15}$$

$$+1\frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{5} = +1\frac{10}{15}$$

$$4\frac{22}{15} = 5\frac{7}{15}$$

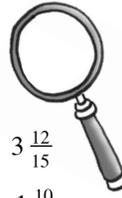
$$2\frac{1}{6} + 1\frac{4}{5} = \frac{13}{6} + \frac{9}{5}$$

$$= \frac{13}{6} \cdot \frac{5}{5} + \frac{9}{5} \cdot \frac{6}{6}$$

$$= \frac{65}{30} + \frac{54}{30}$$

$$= \frac{119}{30}$$

$$= 3\frac{29}{30}$$



Notas:

## USO DE VARIABLES PARA GENERALIZAR

Las **variables** son letras o símbolos utilizados para representar uno o más números. A menudo se utilizan para generalizar patrones de unos números específicos para incluir todos los números posibles.

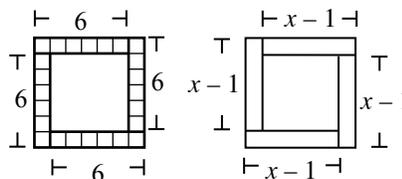
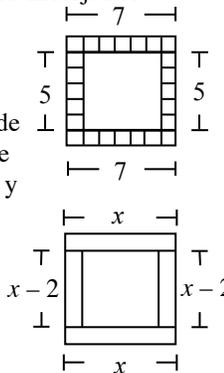
Por ejemplo, si un cuadrado está rodeado de azulejos cuadrados más pequeños de un centímetro de lado cada uno, ¿cuántos azulejos se necesitan? Te puede resultar útil mirar un tamaño específico de cuadrado antes.

El cuadrado exterior de la derecha tiene una longitud de 7 en sus lados. Una forma de ver el número total de azulejos necesarios para el marco es considerar que se necesitan 7 azulejos para los lados superior e inferior y  $7 - 2 = 5$  azulejos para los lados izquierdo y derecho. Así se muestra en el primer diagrama de la derecha. El número total de azulejos necesarios para el marco se pueden contar así:  $7 + 7 + 5 + 5 = 24$ .

Los marcos cuadrados con lados de distinta longitud seguirán el mismo patrón. Lo puedes generalizar escribiendo una expresión para lados de cualquier longitud, representada por  $x$ . El segundo diagrama de la derecha muestra que los lados inferior y superior tienen  $x$  azulejos cada uno. Los lados derecho e izquierdo tienen  $x - 2$  azulejos cada uno. Podrías escribir el número total de azulejos como  $x + x + (x - 2) + (x - 2)$ ,  $2x + 2(x - 2)$ , o incluso como  $4x - 4$ .

A continuación se muestran dos diagramas adicionales de marcos cuadrados. El diagrama de la izquierda te muestra otra forma de contar el número de azulejos en un marco. El diagrama de la derecha te muestra la expresión algebraica correspondiente. Fíjate que la expresión que resulta de esta forma de contar se podría escribir así:

$(x - 1) + (x - 1) + (x - 1) + (x - 1)$ , o  $4(x - 1)$ .



Notas:

## EVALUACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS



Una **expresión algebraica**, también denominada *expresión variable*, es una combinación de números y variables, conectada por operaciones matemáticas. Por ejemplo,  $4x$ ,  $3(x - 5)$ , y  $4x - 3y + 7$  son expresiones algebraicas.

La suma y la resta separan expresiones en partes denominadas **términos**. Por ejemplo, la siguiente expresión,  $4x - 3y + 7$ , tiene tres términos:  $4x$ ,  $-3y$ , y  $7$ .

$2x + 3(5 - 2x) + 8$  es una expresión más compleja. También tiene tres términos:  $2x$ ,  $3(5 - 2x)$ , y  $8$ . Pero el término  $3(5 - 2x)$  tiene otra expresión,  $5 - 2x$ , dentro del paréntesis. Los términos de esta expresión interna son  $5$  y  $-2x$ .

Para **evaluar** una expresión algebraica para valores de variables determinados, se deben reemplazar las variables en la expresión con su valor numérico conocido y luego simplificar. El reemplazo de la variable por su valor conocido se llama **sustitución**. A continuación te damos un ejemplo.

Evalúa  $4x - 3y + 7$  para  $x = 2$  e  $y = 1$ .  $4(2) - 3(1) + 7$   
Reemplaza  $x$  e  $y$  por sus valores conocidos de  $2$  y  $1$ , respectivamente, y simplifica.  $8 - 3 + 7$   
 $12$

## RAZONES



Una **razón** es una comparación de dos números, por lo general expresada como cociente; es decir, el primer número se divide por el segundo número (distinto de cero). Una razón se puede expresar en palabras, en forma de fracción o con una anotación de color. Por lo general, en esta clase, expresarás las razones como fracciones o en palabras.

Por ejemplo, si en la banda escolar hay 38 alumnos y 16 son niños, puedes expresar la razón de niños a número de niñas de las siguientes maneras:

16 niños a 22 niñas  $\frac{16 \text{ niños}}{22 \text{ niñas}}$  16 niños : 22 niñas