

APUNTES DE MATEMÁTICAS

Notas

IDENTIDAD MULTIPLICATIVA

Si cualquier número o expresión es multiplicado por el número 1, el resultado es igual al número o la expresión original. El número 1 se llama **identidad multiplicativa**. Formalmente, esta identidad se expresa de la siguiente forma:



$$1 \cdot x = x \cdot 1 = x \text{ para todos los valores de } x.$$

Una forma de usar la identidad multiplicativa para crear fracciones equivalentes es por medio de un Uno Gigante.

Multiplicar cualquier fracción por un Uno Gigante creará una nueva fracción equivalente a la fracción original.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{4}{6}$$

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

Para sumar o restar dos fracciones con el mismo denominador (el número de abajo), simplemente suma o resta los numeradores (los números de arriba). Por ejemplo, $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.



Si las fracciones tienen distintos denominadores, debes **reescribirlas primero** como fracciones con el mismo denominador (una forma de hacerlo es usando un Uno Gigante). A continuación se incluyen ejemplos de suma y resta de fracciones con distintos denominadores.

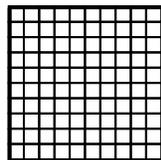
Ejemplo de suma: $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{5} \Rightarrow \frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{13}{15}$

Ejemplo de resta: $\frac{5}{6} - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} \Rightarrow \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

Método general expresado en términos algebraicos: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} + \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{b} \Rightarrow \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{b \cdot c}{b \cdot d} \Rightarrow \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$

BLOQUES DE 100%

Los Bloques de base 10 también pueden usarse para representar porcentajes. Los tres bloques básicos representan 100%, 10% y 1%, como se muestra a la derecha.



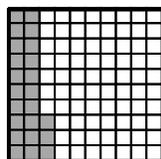
100%

10%

1%



Un **porcentaje** es una forma de expresar un número como una fracción de 100. En el ejemplo de la derecha, 23 de los 100 cuadrados están sombreados para representar 23%. El 23% puede expresarse como $\frac{23}{100}$, 0.23 o veintitrés centésimos.



$$23\% = \frac{23}{100} = 0.23$$

Notas:

PORCENTAJES



Un porcentaje es una forma de escribir una porción de 100. Siempre puede escribirse como una fracción con un denominador de 100 o como un decimal.

Porcentajes más comunes

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$1\% = \frac{1}{100} = 0.01$$

Porcentajes útiles

$$80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0.2$$

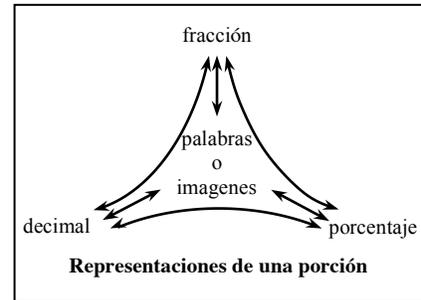
$$33\frac{1}{3}\% = \frac{33\frac{1}{3}}{100} = \frac{1}{3} = 0.\bar{3}$$

$$66\frac{2}{3}\% = \frac{66\frac{2}{3}}{100} = \frac{2}{3} = 0.\bar{6}$$

Fracción ↔ Decimal ↔ Porcentaje



El diagrama de **red de representaciones de porciones** de la derecha ilustra que las fracciones, los decimales, y los porcentajes son distintas formas de representar una porción de un número. Las porciones también pueden ser representadas con palabras, como “cuatro quintos” o “doce quinceavos”, o con diagramas.



Los ejemplos a continuación muestran cómo convertir una expresión a la otra.

Decimal a porcentaje:

Multiplica el decimal por 100.

$$(0.34)(100) = 34\%$$

Porcentaje a decimal:

Divide el porcentaje por 100.

$$78.6\% = 78.6 \div 100 = 0.786$$

Fracción a porcentaje:

Crea una fracción equivalente usando 100 como el denominador.

El numerador es el porcentaje.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{20}{20} = \frac{80}{100} = 80\%$$

Porcentaje a fracción:

Usa 100 como denominador y los números en el porcentaje como denominador, y simplifica.

$$22\% = \frac{22}{100} \cdot \frac{1/2}{1/2} = \frac{11}{50}$$

Decimal finito a fracción:

Usa los dígitos como numerador.

Usa el valor posicional del decimal como denominador y simplifica de ser necesario.

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Fracción a decimal:

Divide el numerador por el denominador.

$$\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0.375$$

UBICACIÓN DE PUNTOS EN UN GRÁFICO DE COORDENADAS XY

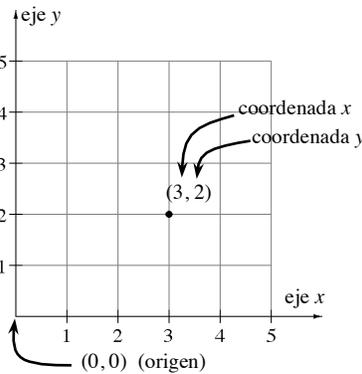


Los datos numéricos que quieres colocar en un gráfico bidimensional se colocan en el gráfico como **puntos**.

El gráfico tiene una recta numérica horizontal, llamada **eje x**, y una recta numérica vertical llamada **eje y**. Los dos ejes se interceptan en el **origen** (0, 0), que es el punto 0 de cada eje.

Los puntos del gráfico están identificados por dos números en un **par ordenado**. Un par ordenado se escribe como (x, y). El primer número es la **coordenada x** del punto, y el segundo número es su **coordenada y**.

Para ubicar el punto (3, 2) en un gráfico xy, comienza en el origen. Avanza 3 unidades hacia la derecha (al punto 3 en el eje horizontal). Luego, desde ese punto, ve 2 unidades hacia arriba (hasta el punto atravesado por el 2 en el eje vertical).



El gráfico de ejemplo anterior muestra una de las cuatro regiones de un gráfico de coordenadas xy.

Notas:

OPUESTOS



El **opuesto** de un número es el mismo número pero con el signo opuesto (+ o -). Un número y su opuesto están a la misma distancia del 0 en la recta numérica.

Por ejemplo, el opuesto de 4 (o + 4) es -4, y el opuesto de -9 es -(-9) = 9 (o +9). El opuesto de 0.5 (o +0.5) es -0.5.

El opuesto de un opuesto es el número original.

Ejemplos: El opuesto del opuesto de 5 es -(-5), o 5.

El opuesto del opuesto de -3 es -(-(-3)), o -3.

El opuesto de cero es cero.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO



El **mínimo común múltiplo** (MCM) de dos o más números enteros positivos o negativos es el menor número entero positivo divisible por los dos (o todos) los números.

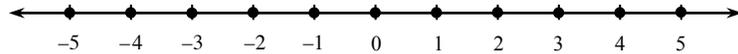
Por ejemplo, la tabla de la derecha contiene los múltiplos de 4 y 6. 12 es el mínimo común múltiplo, porque es el menor número entero positivo divisible por 4 y por 6.

4	8	12	16	20	24	28	32
6	12	18	24	30	36	42	48

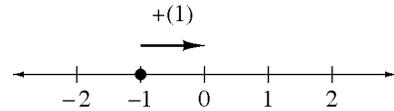
Notas:

SUMA DE ENTEROS

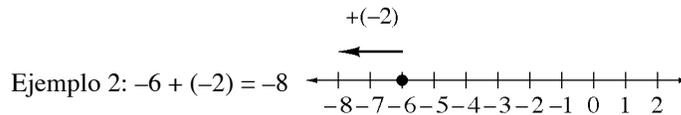
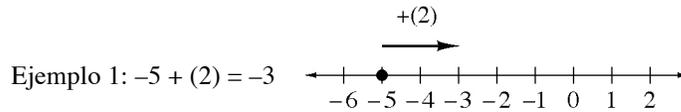
Los **números enteros** o **enteros** son los números sin decimales positivos y negativos, y el cero. Piensa en los números enteros como dar un paso entero o no dar ningún paso en una recta numérica en cualquier dirección desde el 0.



Una forma de combinar los enteros es por medio de la **suma**, que puede pensarse como caminar por una recta numérica. Si das un paso a la izquierda (-1) y luego un paso a la derecha (+1), terminarás en el mismo lugar en el que empezaste. Esto se representa en la recta numérica como $-1 + 1 = 0$. Un número y su opuesto, como 5 y -5, se denominan **inversos aditivos**, y su suma es igual a cero (0).



Para **sumar enteros** en una recta numérica, marca la posición del primer entero y luego muévete la cantidad de unidades indicada por el segundo entero. Muévete a la derecha para sumar enteros positivos y a la izquierda para sumar enteros negativos. Puedes ver ejemplos más abajo.



VALOR ABSOLUTO

Un **valor absoluto** representa el valor numérico de un número sin importar su signo. Un valor absoluto puede representar la distancia entre un número y el cero en una recta numérica. Dado que una distancia siempre es positiva, el valor absoluto es *siempre* un número positivo o cero. El valor absoluto de un número *nunca* es negativo. El símbolo del valor absoluto es dos barras verticales: $| |$. Por ejemplo:



$$|-3| = 3 \text{ y } |3| = 3$$

